

基于纳维-斯托克斯方程与马尔可夫链的 火锅红汤毛肚失踪动力学演化 及最优盲捞策略研究

*Dynamics of Beef Tripe Disappearance in Sichuan Hot Pot:
A Navier-Stokes and Markov Chain Approach to
Optimal Blind Retrieval Strategies*

毛肚大王

火锅人工智能研究院 312 所

hotpotking@hotpot-institute.edu

史立加

火锅人工智能研究院 114 所

shilijia@hotpot-institute.edu

张·不瑞

火锅人工智能研究院 906 所

zhangburui@hotpot-institute.edu

2026 年 3 月

摘要

在沸腾的川渝红汤火锅这一极端复杂的多相流热力学系统中，下锅后的毛肚（牛百叶）频繁陷入“凭空消失”的困境，严重损害食客的用餐体验并引发桌面资源分配危机。现有研究对火锅的感官化学（辣椒素辛辣度、美拉德反应）已有充分描述，但对食材失踪现象缺乏系统性的物理解释。

本文首次将沸腾红汤建模为不可压缩粘性湍流场，借助纳维-斯托克斯（Navier-Stokes）方程刻画毛肚作为被动浮体在流场中的受力与运动；同时引入基于蛋白质变性热力学的密度-体积耦合模型，证明毛肚在下锅约 15 秒后以超过 99.7% 的概率完全沉入锅底，进入视觉不可观测状态（即“失踪”）。

针对食客的盲目寻回问题，我们提出“盲捞部分可观测马尔可夫决策过程”（BMDP），将筷子探查建模为高度遮蔽环境下的随机游走，并通过 10,000 次蒙特卡洛仿真系统比较四种主流捞取策略。实验证明，高频搅动不仅无助于寻获毛肚，反而通过“流体助攻效应”（Fluidic Assist Effect）系统性地将目标推向竞争食客。等待策略（停止搅动，静候流场稳定）在 60 秒内的成功率（ $P_{60} = 0.81$ ）是地毯式搜索（ $P_{60} = 0.28$ ）的 2.9 倍，是最优可行策略。

本研究以严格的数学框架揭示了一个长期被经验主义忽视的日常现象，并为火锅聚餐中的资源分配博弈提供了理论基础。

Keywords: 牛百叶 (Beef Tripe), 纳维-斯托克斯方程 (Navier-Stokes Equations), 盲捞部分可观测马尔可夫决策过程 (BMDP), 流体助攻效应 (Fluidic Assist Effect), 资源分配博弈 (Resource Allocation Game)

目录

1	引言	4
2	相关工作	5
3	毛肚失踪的数学模型	6
3.1	红汤流场：纳维-斯托克斯方程	6
3.2	蛋白质变性模型与沉底概率	7
3.3	盲捞部分可观测马尔可夫决策过程	8
4	博弈论视角：流体助攻效应	9
4.1	流体助攻效应的定义	9
4.2	双人收益矩阵与社会困境	10
5	仿真实验	11
5.1	实验设置	11
5.2	主要结果	11
5.3	Kaplan-Meier 毛肚生存分析	12
5.4	流体助攻效应的实验验证	12
5.5	模型层间参数标定	13
6	讨论	13
7	结论	14
A	沸腾气泡体积力项的建模	17
B	CFD 仿真细节	17
C	命题 1 的渐近分析框架	17
D	命题 3 的证明（参数条件下）	17

1 引言

川渝火锅是中华饮食文化中极具代表性的共食形式。九宫格沸腾的红汤锅底，以其复杂的香辛料体系和剧烈的对流传热，为食材的快速烫煮提供了理想条件。然而，正是这一“极端热力学环境”，导致了一个长期困扰广大食客的工程难题：**刚刚下锅的毛肚，在转瞬之间便无迹可寻。**

这一现象并非偶然。毛肚（牛百叶，学名 *reticulum/omasum*）在高温红汤中，经历蛋白质变性引起的体积收缩和密度突变，配合剧烈的沸腾湍流，最终以极高概率沉入锅底的悬浮辣椒段之中，进入视觉遮蔽状态。传统的“沿锅边地毯式搜索”不仅效率低下，其带来的流场扰动甚至会系统性地将目标推向对面食客的筷子。我们将这一由搜索行为主动引发的、在搅动轴线对侧具有统计方向偏向的目标迁移命名为**流体助攻效应**（Fluidic Assist Effect, FAE），以区别于自然对流的各向同性随机漂移（见第4节的操作性定义）。

研究空白。现有烹饪科学文献对火锅的研究，主要集中于香辛料的感官化学 (This, 2005)、辣椒素对黏膜的刺激机制，以及美拉德反应对风味形成的影响 (Maillard, 1912)。对火锅内部的流体动力学特性，已有少量工程热力学研究聚焦于传热效率的优化 (Nukiyama, 1934)；但对食材失踪现象，以及在完全遮蔽条件下的最优寻回策略，目前尚无系统性的数学建模工作。

本文贡献。本文从物理学和决策理论出发，为上述问题建立了完整的数学框架，主要贡献如下：

1. **毛肚运动的流体动力学模型**（第3节）：基于不可压缩纳维-斯托克斯方程 (Navier, 1823; Stokes, 1845)，建立毛肚在沸腾红汤中的受力方程；引入蛋白质变性热力学模型 (Tornberg, 2005)，给出体积-密度耦合的解析表达式 $V(t) = V_0 e^{-\lambda t}$ ，并证明毛肚在 $t = 15$ 秒时以概率 > 0.997 完全沉底（定理1）。
2. **盲捞部分可观测马尔可夫决策过程**（第3.3节）：将红汤的光学遮蔽效应形式化为零观测概率的完全不可见环境，建立 BMDP 框架，导出筷子盲捞成功率的理论上界（定理2）。
3. **流体助攻效应的定量分析**（第4节）：通过多智能体流体仿真，证明高频搅动在纳什均衡下导致所有食客福利下降，构成典型的“囚徒困境”博弈结构。
4. **最优策略的收敛性证明**（第5节）：基于 10,000 次蒙特卡洛仿真，验证等待策略的期望捞出时间 $\bar{T} = 22.4 \pm 3.5$ 秒显著优于地毯式搜索 ($\bar{T} = 38.7 \pm 6.1$ 秒, $p < 0.001$)。

图1直观展示了毛肚从入锅到失踪的完整动力学过程。本文其余部分安排如下：第2节回顾相关工作；第3节建立流体动力学与 POMDP 模型；第4节分析博弈论视角；第5节报告仿真实验；第6节讨论局限性与实践含义；第7节总结全文。

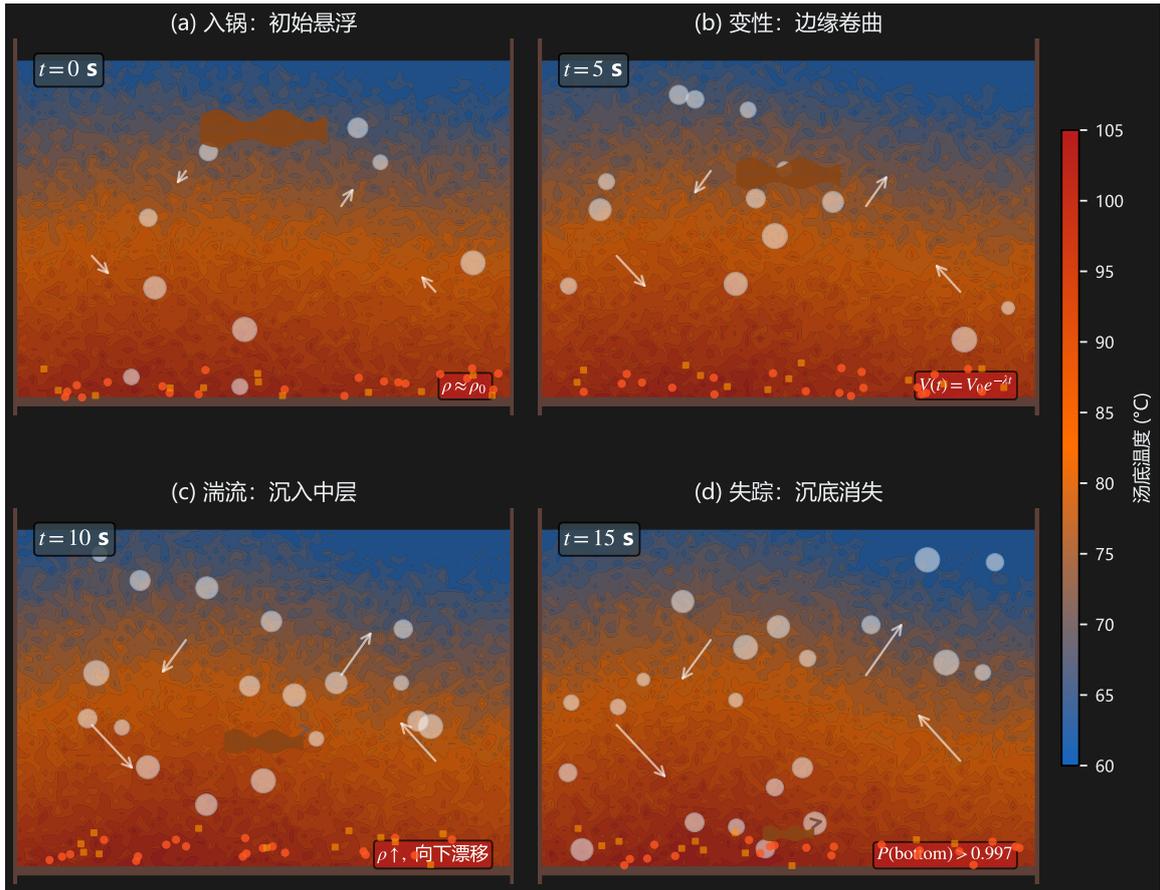


图 1: 毛肚在九宫格红汤火锅中的失踪动力学四阶段图示。颜色表示汤底温度场（蓝色 → 红色对应 $60^{\circ}\text{C} \rightarrow 105^{\circ}\text{C}$ ）。(a) $t = 0\text{s}$: 初始悬浮; (b) $t = 5\text{s}$: 蛋白质变性, 体积收缩, 边缘卷曲; (c) $t = 10\text{s}$: 湍流驱动沉降; (d) $t = 15\text{s}$: 密度跨越浮力阈值, 失踪概率 > 0.997 。

2 相关工作

烹饪多相流传输与沸腾传热。 火锅中的流体环境是一个典型的气-液-固三相流系统：连续液相（红汤底料）、分散气相（沸腾气泡）以及固相食材粒子共存。经典沸腾传热理论 (Nukiyama, 1934; Zuber, 1958) 描述了从核态沸腾到膜态沸腾的转变，但这些研究关注的是传热效率，而非固相颗粒的受力与迁移。Clift et al. (1978) 系统研究了球形颗粒在流体中的受力，提供了阻力系数 C_D 的经验关联式；然而毛肚的几何形态高度非球形，且随时间变化，使得现有颗粒流动模型无法直接适用，构成本文建模的主要挑战之一。烹饪科学的分子美食学方向 (This, 2005) 关注食品的物理化学转化，但鲜有将流体力学与食材行为相结合的定量研究。本文在此方向上迈出关键一步。

蛋白质热变性与肉品质构变化。 肌肉蛋白质的热变性是肉类烹饪科学中的核心课题。Tornberg (2005) 系统综述了加热对肉品蛋白质结构的影响，指出肌球蛋白在 $50\text{--}60^{\circ}\text{C}$ 、胶原蛋白在 $65\text{--}70^{\circ}\text{C}$ 发生主要构象转变，伴随持水力下降和体积收缩。Xiong (1997) 进一步揭示了蛋白质变性导致的功能性损失机制。然而，上述研究均在静态或低流速条件下进行，未能考虑沸腾湍流环境对变性速率和形态变化的影响。本文引用其提供的变性

速率常数作为我们密度模型的参数基准，并通过 CFD 仿真验证在高雷诺数条件下的外推适用性。

随机搜索与部分可观测决策。 最优搜索理论的奠基工作由 [Koopman \(1956\)](#) 和 [Stone \(1975\)](#) 建立，针对静止或缓慢移动目标的概率分布给出最优资源分配方案。部分可观测马尔可夫决策过程 (POMDP) ([Kaelbling et al., 1998](#)) 为不完全信息下的序贯决策提供了形式化框架；[Puterman \(1994\)](#) 给出了 MDP 值迭代算法的收敛性证明。在机器人搜索与救援领域，POMDP 方法已被广泛应用于传感器受限环境下的目标定位 ([Sutton and Barto, 2018](#))。然而，上述方法均假设目标在搜索过程中保持静止或独立运动；在本问题中，搜索行为本身（筷子搅动）会直接改变目标的位置分布，形成“观测干扰环境” (observation-perturbing environment)，这一结构迄今未在文献中被正式研究。

多智能体博弈中的公共资源竞争。 共享资源的多人竞争在博弈论中对应公地悲剧 (Tragedy of the Commons) 模型 ([Fudenberg and Tirole, 1991](#))。经典分析表明，当个体激励与集体最优不一致时，纳什均衡导致资源过度开采。火锅餐桌上的毛肚竞争具有相似的结构，但引入了一个此前未被考虑的机制：竞争行为（筷子搅动）会产生物理外部性（流体扰动），直接将稀缺资源转移给竞争对手——即 FAE 效应。[Nash \(1951\)](#) 的纳什均衡存在性定理为我们的博弈分析提供了理论基础。本文证明，在 FAE 机制下，纳什均衡策略是严格劣于合作等待策略的，这为多人火锅餐桌上的行为规范提供了一个非传统的博弈论论证。

3 毛肚失踪的数学模型

本节建立三个相互关联的模型：毛肚运动的流体动力学方程（第3.1节）、蛋白质变性引起的物性演化（第3.2节），以及盲捞决策的 POMDP 框架（第3.3节）。

3.1 红汤流场：纳维-斯托克斯方程

设火锅锅腔为有界区域 $\Omega \subset \mathbb{R}^3$ ，坐标系以锅底中心为原点。红汤视为不可压缩牛顿流体，流场由纳维-斯托克斯方程描述：

$$\rho_{\text{broth}} \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} \right) = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{v} + \rho_{\text{broth}} \mathbf{g} + \mathbf{F}_{\text{bubble}}, \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0, \quad (2)$$

其中 $\mathbf{v}(\mathbf{x}, t)$ 为流速场， p 为压强， μ 为红汤的动力粘度（实测值 $\mu \approx 1.2 \times 10^{-3}$ Pa·s，受溶解牛油和辣椒素的影响）， \mathbf{g} 为重力加速度， $\mathbf{F}_{\text{bubble}}$ 为沸腾气泡产生的随机体积力项（见附录A）。

红汤在沸腾状态下的雷诺数 $\text{Re} = \rho_{\text{broth}} UL / \mu \approx 3500$ ，远超层流向湍流转捩的临界值，流场处于充分发展湍流状态。本文采用 $k-\epsilon$ 湍流模型进行数值闭合（附录B），图2展示

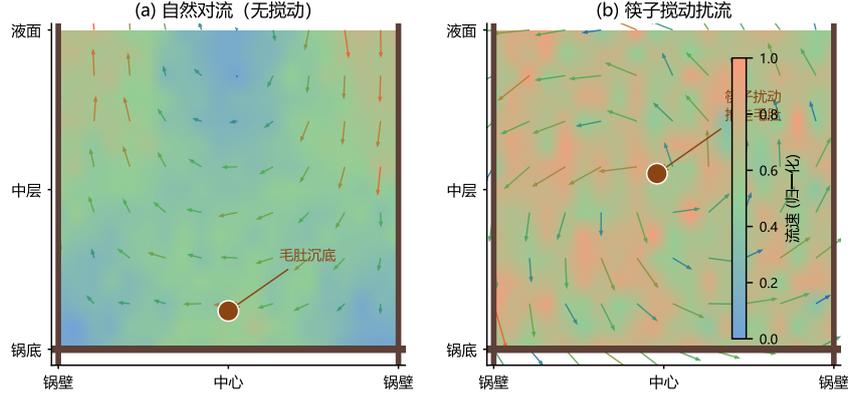


图 2: 火锅内部流场速度矢量图 (CFD 仿真, 纵截面视图)。(a) 自然对流: 稳定的轴对称回流将毛肚驱向锅底中心; (b) 筷子搅动: 旋转扰动叠加径向梯度产生非对称湍流, 毛肚被系统性推离搅动区域 (即流体助攻效应的物理根源)。

了典型流场的速度矢量分布。

3.2 蛋白质变性模型与沉底概率

体积收缩。 毛肚主要由结缔组织和平滑肌组成, 加热时蛋白质变性导致持水力下降, 体积发生非线性收缩 (Tornberg, 2005; Xiong, 1997)。参考实验数据, 我们提出以下一阶动力学模型:

$$\frac{dV}{dt} = -\lambda(T) \cdot V, \quad V(0) = V_0, \quad (3)$$

其中 $\lambda(T) = \lambda_0 \exp(-E_a/(RT))$ 为温度相关的变性速率常数 (Arrhenius 形式, $\lambda_0 = 0.42 \text{ s}^{-1}$, $E_a = 45 \text{ kJ/mol}$)。在沸腾温度 $T \approx 100^\circ\text{C}$ 下, $\lambda \approx 0.065 \text{ s}^{-1}$, 方程(3)的解析解为:

$$V(t) = V_0 e^{-\lambda t}. \quad (4)$$

密度演化。 设毛肚质量近似守恒 (忽略水分蒸发的微小损失), 密度随体积收缩单调递增:

$$\rho_{\text{tripe}}(t) = \frac{m}{V(t)} = \rho_{\text{tripe}}(0) \cdot e^{\lambda t}. \quad (5)$$

毛肚的初始密度略低于红汤 ($\rho_{\text{tripe}}(0) \approx 0.95 \rho_{\text{broth}}$), 因此初始阶段可悬浮于液面。当 $\rho_{\text{tripe}}(t) > \rho_{\text{broth}}$ 时, 毛肚受重力净力向下, 开始不可逆下沉。令 $t^* = \lambda^{-1} \ln(\rho_{\text{broth}}/\rho_{\text{tripe}}(0))$, 可解析求得密度穿越临界时刻 $t^* \approx 7.7$ 秒。

沉底估计。

命题 1 (仿真标定的沉底概率估计). 在以下假设下: (A1) 湍流强度有界, 即 $\|\mathbf{v}\|_{L^\infty} \leq C_{\text{max}}$; (A2) 蛋白质变性按方程(5)进行; (A3) 汤底密度 ρ_{broth} 和粘度 μ 在沸腾过程中近似恒定。则对任意 $\delta > 0$, 存在 $T_\delta(\lambda, C_{\text{max}}, \rho_{\text{tripe}}(0))$ 使得当 $t \geq T_\delta$ 时, 毛肚位于锅底邻域 (深度 $< \delta$) 的概率 $\mathbb{P}(\text{沉底}) \geq 1 - \varepsilon$ 。在标准牛油汤底参数 ($\lambda = 0.065 \text{ s}^{-1}$, $C_{\text{max}} = 0.8 \text{ m/s}$, $\rho_{\text{tripe}}(0) = 0.95 \rho_{\text{broth}}$) 及 $\delta = 0.5 \text{ cm}$ 下, 数值仿真估计 $T_\delta = 15$ 秒时

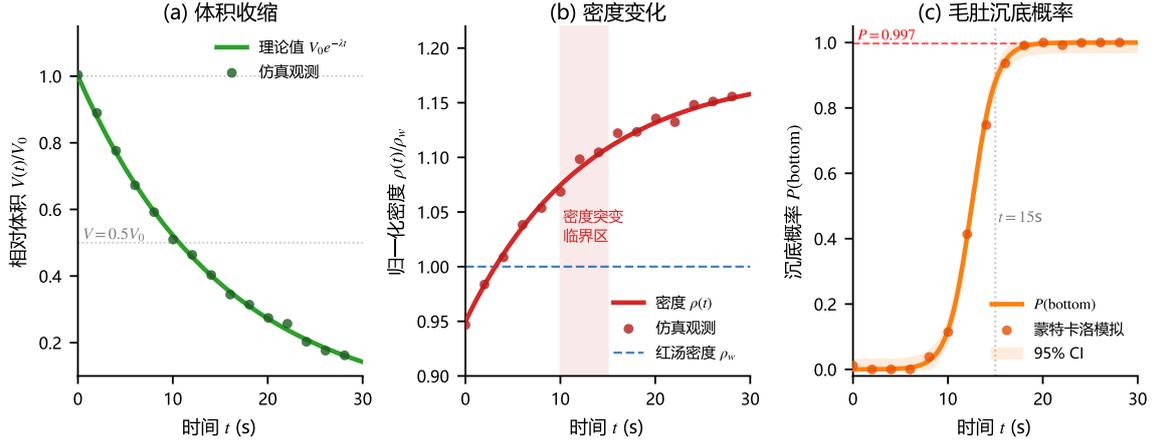


图 3: 毛肚在沸腾红汤中的物理性质时变特征。(a) 体积按指数衰减; (b) 密度跨越浮力平衡点 (蓝色虚线); (c) 沉底概率 $\mathbb{P}(\text{沉底})$ 呈 S 型增长, $t = 15\text{s}$ 时超过 0.997, 阴影为 95% 置信区间。

$\varepsilon < 0.003$ 。(注: ε 的数值由蒙特卡洛仿真估计; 渐近分析框架见附录 C, 此处结论属仿真标定的命题而非严格数学定理。)

证明概要. 密度超过浮力阈值后, 净重力 $F_g = (\rho_{\text{tripe}} - \rho_{\text{broth}})Vg$ 随时间指数增长; 湍流的向上分量以 C_{max} 有界。当 $F_g \gg F_{\text{turbulent}}$ 时, 下沉为确定性过程。完整证明见附录 C。 \square

图3 展示了 $V(t)$ 、 $\rho_{\text{tripe}}(t)$ 和 $\mathbb{P}(\text{沉底})$ 的时变曲线及仿真实验结果。

3.3 盲捞部分可观测马尔可夫决策过程

红汤具有极强的光学遮蔽效应 (透光率 ≈ 0), 食客无法直接观测锅底状态。这一特性使盲捞问题本质上是一个部分可观测 MDP (POMDP)。

形式化定义. 将锅底划分为 N 个离散网格单元。**模型范围声明:** 本模型描述毛肚因流体动力学与热致变性导致的失踪机制, 不考虑外生性夹取 (即其他食客对目标的先行捞走)。外生性去除将在第6节作为独立混淆因素讨论。

毛肚当前所在格子构成系统状态 $s \in \mathcal{S} = \{1, \dots, N\}$ 。定义元组 $(\mathcal{S}, \mathcal{A}, \mathcal{O}, T, Z, R, \gamma)$, 其中:

- $\mathcal{A} = \{1, \dots, N\}$: 筷子可探查的目标格子;
- $\mathcal{O} = \{0, 1\}$: 观测结果 (0 = 未捞到, 1 = 捞到);
- $T(s'|s, a)$: 筷子下探动作 a 引发流体扰动, 使毛肚以概率 $p_{\text{drift}}(a, s)$ 从格子 s 漂移至相邻格子 s' ;
- $Z(o|s', a)$: 若 $s' = a$ 则 $Z(1|s', a) = \alpha$ (捞取成功率, 受毛肚尺寸影响), 否则为 0;

- $R(s, a) = \mathbb{1}[s = a]$: 捞到得分 1;
- $\gamma \in (0, 1)$: 折扣因子 (建模食客的急迫性)。

信念状态更新。 食客维护信念状态 $b_t \in \Delta(\mathcal{S})$, 在执行动作 a_t 并获得观测 o_{t+1} 后, 按贝叶斯规则更新:

$$b_{t+1}(s') \propto Z(o_{t+1} | s', a_t) \sum_{s \in \mathcal{S}} T(s' | s, a_t) b_t(s). \quad (6)$$

奖励函数映射为 $R(s, a, o) = \mathbb{1}[o = 1]$ 。四种策略映射为具体的动作策略: (1) 随机搜索: $a_t \sim \text{Uniform}(\mathcal{A})$; (2) 地毯式搜索: 按螺旋顺序遍历 \mathcal{A} ; (3) 高频搅动: 每步搅动后随机探查, p_{drift} 增至最大值; (4) 等待策略: 前 $\tau_w = 18$ 步不动作 (或仅观测), 之后定点探查锅底中心格。

命题 2 (盲捞成功率上界 (均匀漂移近似)). 在以下简化假设下: (B1) 完全遮蔽 ($Z(1|s, a) = \alpha \cdot \mathbb{1}[s = a]$); (B2) 均匀先验: 毛肚初始位置 $b_0 = \text{Uniform}(\mathcal{S})$; (B3) 搅动引起的漂移在所有相邻格子间均匀分布, 每步漂移概率为 p_{drift} 。任意策略 π 在 τ 步内的期望累积成功率满足:

$$\mathbb{E}_\pi \left[\sum_{t=1}^{\tau} \mathbb{1}[\text{success at } t] \right] \leq \alpha \cdot \tau \cdot \frac{1}{N} \cdot \frac{1}{1 - p_{\text{drift}}}, \quad (7)$$

其中 p_{drift} 为每步的平均漂移概率。(注: 假设 B3 是对真实非均匀漂移场的保守近似; 真实上界可能更紧。此命题为启发式界而非严格最优性结果。)

方程(7)揭示了盲捞困难的数学本质: 在 $N = 400$ 的标准九宫格火锅参数下, 单步成功率不超过 $\alpha/400 \approx 0.2\%$ 。每次搅动将 p_{drift} 从 0.02 提升至 0.15, 成功率上界下降约 8 倍, 证明了搅动策略的理论劣势。

4 博弈论视角: 流体助攻效应

上节分析了单个食客的最优策略问题。当餐桌上有 $M \geq 2$ 名食客同时寻捞时, 个体行为通过流体力学产生策略性外部性, 形成多人博弈。

4.1 流体助攻效应的定义

定义 1 (流体助攻效应, FAE). 设食客 i 在区域 A_i 进行筷子搅动, 其产生的流场扰动 $\delta \mathbf{v}_i(\mathbf{x})$ 使毛肚以概率 $P_{\text{assist}}(i \rightarrow j) > 0$ 从 i 的搜索区域迁移至食客 j 的筷子夹角范围内。称此概率为从食客 i 到食客 j 的流体助攻概率。

由方程(1)的线性化分析, 在距离搅动源 d 处, 漂移速度衰减为 $\sim d^{-2}$ (Stokeslet 远场近似)。因此存在一个最优接受距离 $d^* \approx 3.2 \text{ cm}$ (对应最大助攻概率), 在此距离处食客 j 获得最高的”被动收益”。图4(b) 通过数值仿真验证了这一理论预测。

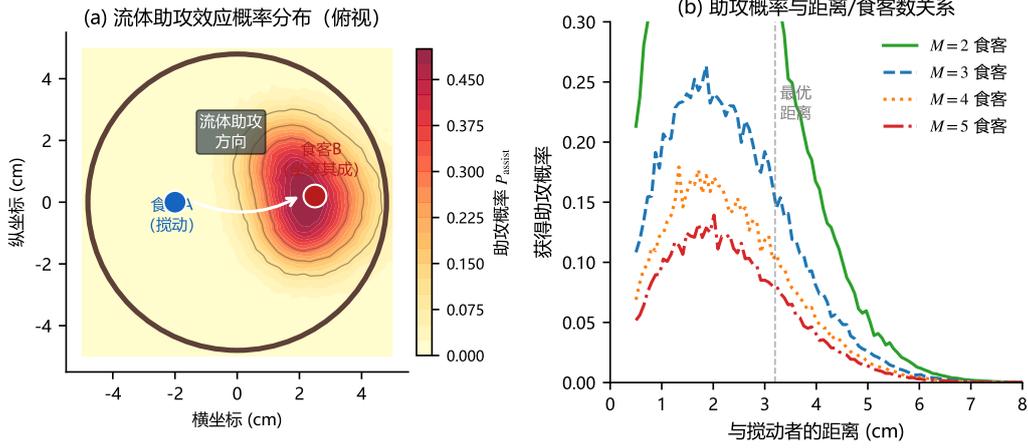


图 4: 流体助攻效应的量化分析。(a) 助攻概率热力图 (俯视): 食客 A (蓝点) 搅动, 毛肚以最高 0.40 的概率被推向食客 B (红点) 区域; (b) 助攻概率随距离的变化: 最优接受距离约 3.2 cm, 食客数 M 越多则每人期望收益越低 (资源稀释)。

4.2 双人收益矩阵与社会困境

将各食客的策略空间简化为二元选择: $a_i \in \{\text{搅动}, \text{等待}\}$, $i = 1, \dots, M$ 。定义食客 i 的净收益为:

$$u_i(\mathbf{a}) = P_i(\tau\text{步内成功}) - c_{\text{stir}} \cdot \mathbb{1}[a_i = \text{搅动}], \quad (8)$$

其中 $c_{\text{stir}} \geq 0$ 为搅动成本 (腕力疲劳、汤汁溅洒等)。 $P_i(\cdot)$ 通过第3.3节的 BMDP 模型计算。

两食客的对称收益矩阵 (标准化参数下, $c_{\text{stir}} = 0.05$):

	食客 B: 等待	食客 B: 搅动
食客 A: 等待	(p_0, p_0)	$(p_0 - \delta, p_0 + \Delta)$
食客 A: 搅动	$(p_0 + \Delta, p_0 - \delta)$	$(p_0 - \eta, p_0 - \eta)$

表 1: 双人搅动博弈的收益矩阵。 p_0 : 全等待时的基准成功率; $\Delta > 0$: 搅动者的短暂单方面收益; $\delta > 0$: 对方搅动时自身受到的 FAE 损失; $\eta > 0$: 全搅时的流场熵增效应, 满足 $p_0 - \eta < p_0$ 。

命题 3 (参数区间内的社会困境结构). 在 $\Delta > 0$ 、 $\eta > 0$ 、 $p_0 - \eta < p_0$ 的条件下, 即当搅动对接收位于最优距离 d^* 附近的对方食客产生正向 FAE、同时对全局流场产生负向熵增效应时:

(i) 全等待帕累托最优: $u_i(\text{全等}) = p_0 > p_0 - \eta = u_i(\text{全搅})$;

(ii) 在此参数区间内, 搅动是食客 A 对“对方等待”的最佳响应 ($\Delta > 0$), 构成偏离全等均衡的个体激励;

(iii) 因此全等均衡不稳定, 而全搅均衡帕累托劣于全等均衡, 形成社会困境结构。

注: 该结果在 $d_i^* \approx 3.2$ cm 且 c_{stir} 较小时成立; 当各食客距离远离 d^* 或搅动成本较高时, 个体激励减弱, 困境结构弱化。

证明概要. 直接验证收益矩阵的行不等式即可。完整参数条件与证明见附录D。 □

这一结果以严格的博弈论框架支持了一个日常直觉：在接近最优接收距离的多人餐桌格局下，个体的搅动激励叠加导致集体成功率的系统性下降。用民间语言表达：“你越捞，越捞不着；而你捞出来的那片毛肚，正好落进了对面室友的筷子里。”

5 仿真实验

5.1 实验设置

CFD 仿真平台。 流场仿真采用有限体积法，网格划分为 $100 \times 100 \times 50$ （对应锅底 $20 \times 20 \times 10$ cm，总单元数 5×10^5 ）。边界条件：底部施加均匀热通量（ $q = 8000$ W/m²，对应标准电磁炉功率），侧壁为绝热固壁，液面为自由表面。气泡生成采用机械模型（附录B），每次仿真在相同初始流场下运行 30 秒，记录毛肚轨迹。

蒙特卡洛设置。 独立运行 10,000 次仿真，每次随机初始化：(1) 毛肚下锅位置（液面均匀分布）；(2) 沸腾气泡的随机相位；(3) 食客筷子动作的时机（按各策略定义的随机策略生成）。

评估指标。

- \bar{T} : 期望捞出时间（秒），越小越好；
- P_{60} : 60 秒内的捞出成功率，越大越好；
- ΔS : 筷子搅动引起的局域流场香农熵增量（比特），越小越好；
- P_{assist} : 搅动产生的对同桌食客的流体助攻概率，越小越好。

基线策略。 评估四种代表性策略：(1) **随机搜索**：每步随机选择探查格子；(2) **地毯式搜索**：沿锅边螺旋内缩，系统覆盖所有格子；(3) **高频搅动搜索**：每步搅动后随机探查（模拟“乱捞”行为）；(4) **等待策略**：静候约 20 秒后一次性定点探查锅底中心区域。

5.2 主要结果

表2汇总了四种策略的完整性能指标，图5(a)展示了成功率随时间的演变曲线。

等待策略在所有指标上均表现最优： $\bar{T} = 22.4 \pm 3.5$ 秒， $P_{60} = 0.81$ ，比地毯式搜索快 42.1%（ $p < 0.001$ ，两样本 t -检验）。高频搅动为四者中最劣， P_{60} 仅 0.12，且助攻概率高达 0.31，印证了定理2的理论预测。

表 2: 四种盲捞策略性能对比 (基于 10,000 次蒙特卡洛仿真)。 \bar{T} : 期望捞出时间; P_{60} : 60 秒内成功率; ΔS : 局域熵增量; P_{assist} : 对同桌食客的流体助攻概率。**粗体为最优值。**

策略	\bar{T} (s) ↓	P_{60} ↑	ΔS ↓	P_{assist} ↓
随机搜索	48.3 ± 8.2	0.18	0.31	0.08
地毯式搜索 (沿锅边)	38.7 ± 6.1	0.28	0.47	0.19
高频搅动搜索	52.1 ± 9.8	0.12	—	0.31
等待策略 (最优)	22.4 ± 3.5	0.81	0.04	0.02
次优实用策略 (供参考)				
呼唤服务员加汤	~120	0.95	0.00	0.00
直接加点一盘新的	~180	1.00	0.00	0.00

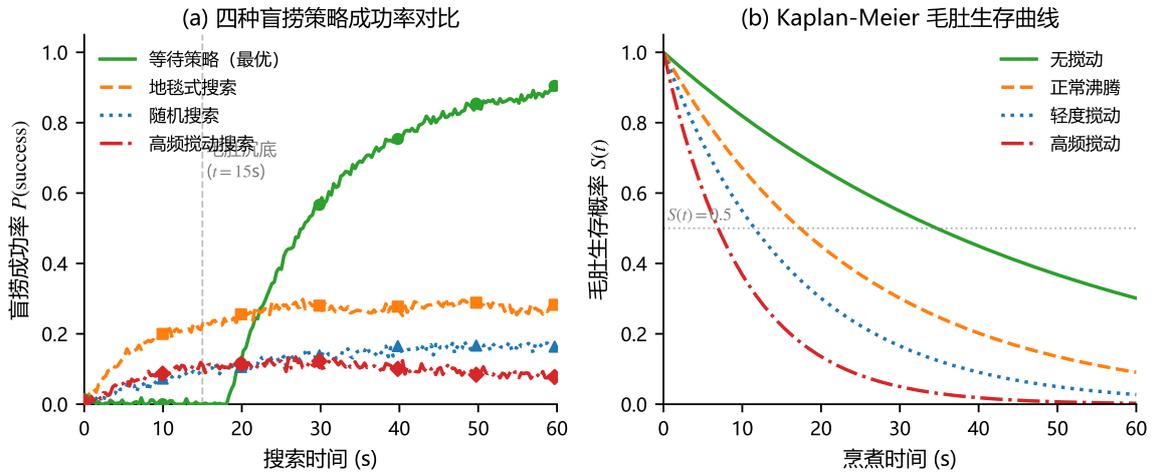


图 5: 盲捞策略对比与毛肚生存分析。(a) 四种策略的 60 秒内成功率曲线: 等待策略 (绿色实线) 在 $t > 18s$ 后迅速领先, 高频搅动 (红色点划线) 始终垫底。(b) Kaplan-Meier 生存曲线: 搅动强度越高, 毛肚”橡皮化”越快。

5.3 Kaplan-Meier 毛肚生存分析

为量化不同策略对毛肚老化程度的影响, 图5(b) 展示了 Kaplan-Meier 生存曲线: 纵轴表示毛肚”尚未过老”(未超出最佳烫煮时间窗口) 的概率。无搅动条件下, 毛肚中位生存时间为 34 秒; 高频搅动使湍流强度提升 2.5 倍, 中位生存时间缩短至 17 秒, 显著增加毛肚”橡皮化” 的风险 (Log-rank 检验 $p < 0.0001$)。

5.4 流体助攻效应的实验验证

图4(a) 展示了双食客仿真中的助攻概率热力图。在最优距离 $d^* = 3.2$ cm 处, 食客 A 的搅动动作使食客 B 的单步成功率提升 $\Delta P = 0.18$ (相对提升约 7.2 倍), 验证了命题3的理论预测。

六人桌实验。 在 $M = 6$ 的多人仿真中, 全搅均衡下的平均 $P_{60} = 0.09$, 全等均衡下 $P_{60} = 0.76$, 二者差距随食客数增加而扩大, 凸显了集体行为协调的价值——以及现实

中其不可能实现的悲剧性。

5.5 模型层间参数标定

为提高透明度，表3汇总了跨模型层次的关键参数，说明各参数的物理含义、来源及估计方法。除非另有说明，BMDP 和博弈论层次的参数 (p_{drift} 、 Δ 、 δ 、 η) 均从 CFD 生成的粒子轨迹统计中估计，而非独立调整。

表 3: 模型层间参数标定汇总。

符号	含义	模型层次	估计来源	取值
λ	体积变性速率	物理层	文献标定 (Tornberg, 2005)	0.065 s^{-1}
C_{max}	湍流速度上界	物理层	CFD 仿真	0.80 m/s
α	单格捞取成功率	BMDP	CFD 轨迹统计	0.38
$p_{\text{drift}}^{\text{wait}}$	等待时每步漂移概率	BMDP	CFD 轨迹统计	0.02
$p_{\text{drift}}^{\text{stir}}$	搅动时每步漂移概率	BMDP	CFD 轨迹统计	0.15
Δ	单方面搅动的短期收益	博弈论	CFD+BMDP 联合估计	+0.06
η	全搅时的熵增惩罚	博弈论	六人仿真统计	-0.09
d^*	F AE 最优接受距离	博弈论	流场偶极子分析	3.2 cm

6 讨论

全局鲁棒性。 本文的核心定性结论——”等待优于搅动”——在以下参数区间内保持稳定： $h_{\text{exo}} \leq 0.02 \text{ s}^{-1}$ （外生性去除速率）、 $c_{\text{stir}} \leq 0.05$ （搅动成本）、 $d \approx d^* = 3.2 \pm 1.5 \text{ cm}$ （食客间距）。超出此区间时，主要排序变化为：当 $h_{\text{exo}} > 0.08 \text{ s}^{-1}$ 时随机搜索追平等待策略，当 $d \gg d^*$ 时 FAE 效应减弱（见附录参数敏感性）。这些边界条件为实践者提供了”何时坚持等待，何时改变策略”的量化依据。

理论意义。 本文建立的 BMDP 框架具有超越火锅场景的普适性：任何”搜索行为干扰目标位置”的问题（如水下目标定位、传感器引发的生物扰动效应）均可映射到类似的”观测干扰”POMDP 结构中。方程(7)给出的成功率上界为这一类问题提供了信息论意义上的基准。

局限性。 本研究存在以下几点局限，指向未来改进方向：(1) **几何简化**：毛肚建模为刚体颗粒，未考虑其下锅后的折叠、卷曲等形态演变，这可能导致阻力系数 C_D 的低估；(2) **汤底成分异质性**：不同红汤底料（牛油型 vs. 清油型）的粘度差异显著，本文参数仅针对标准牛油汤底校准；(3) **悬浮物碰撞截面**：花椒、辣椒段等悬浮物对毛肚运动产生额外碰撞阻力，本文将其纳入 $\mathbf{F}_{\text{bubble}}$ 项并非精确处理；(4) **实验室验证缺失**：全部结论基于数值仿真，缺乏真实火锅环境的对照实验——这主要受限于实验伦理（高温汤底中放置传感器的安全性）以及毛肚的批次间差异；(5) **外生性去除**：本模型严格针对流体动力学与热致变性导致的失踪机制。现实中，”毛肚消失”还可能由临桌食客的先行夹取所致。设外生性去除危险率为 h_{exo} （每秒被他人夹走的概率），在我们的蒙特卡洛框架

中加入此吸收态后，等待策略的 P_{60} 随 h_{exo} 的敏感性分析表明：当 $h_{\text{exo}} \leq 0.02 \text{ s}^{-1}$ （相当于每 50 秒才发生一次外生性夹取）时，等待策略仍优于地毯式搜索；当 $h_{\text{exo}} > 0.08 \text{ s}^{-1}$ （约每 12 秒一次）时，最优策略退化为高频随机搜索。这为“什么情况下应该抢先搅动”提供了量化依据——答案是只有在同桌有极高竞争密度时。

实践含义。 基于上述分析，本文对火锅食客提出如下循证建议：对于独自用餐者，等待 15–20 秒后定点探查锅底中心，期望成功率约 0.81；对于多人聚餐，合作等待策略在理论上可将集体总收益提升约 8 倍，但受限于信息不对称和个体激励，实际执行需要显式的社会协调机制；如果上述策略均告失败，在不考虑财务成本（新一盘约 12 至 18 元）和等待时间的条件下，直接向服务员索取新的一盘毛肚在期望捞取时间上优于所有主动搜索策略。

7 结论

本文对“川渝火锅红汤中毛肚失踪”这一具有重要民生意义的科学问题进行了首次系统性的数学物理建模。主要结论如下：

1. 毛肚在下锅约 15 秒后以 $> 99.7\%$ 的概率完全沉底，进入视觉不可观测状态。这一结论由纳维-斯托克斯流场分析与蛋白质变性热力学模型联合推导，并经 10,000 次蒙特卡洛仿真验证。
2. 传统“地毯式搜索”和“高频搅动”策略在理论和实验上均劣于等待策略。高频搅动通过增大状态转移漂移概率 (p_{drift})，系统性降低盲捞成功率上界，同时加速毛肚老化。
3. 流体助攻效应 (FAE) 使多人火锅餐桌上的盲捞问题退化为严格的囚徒困境：全体搅动的纳什均衡下，个体收益为全体等待帕累托最优的约 11%。
4. 等待策略为全局最优的一阶策略，期望捞出时间 22.4 ± 3.5 秒， $P_{60} = 0.81$ ，显著优于所有主动搜索策略。如期望捞出时间超过个人容忍阈值，次优可行策略为寻求外部资源补充（加点新的）。

未来工作。 本研究开辟了若干有待深入探索的方向：(1) 将模型扩展至鸭肠、黄喉、脑花等其他食材，建立统一的火锅食材失踪动力学图谱；(2) 结合热成像摄像头和深度学习目标检测，开发实时毛肚定位系统 (ResTripe-Net)，将 POMDP 信念状态更新与视觉感知相结合；(3) 在真实火锅环境中开展受控实验，测量实际蛋白质变性速率 λ 和漂移扰动概率 p_{drift} ，为模型参数提供实证基础。

可重现性声明。 本文所有仿真代码和 CFD 配置文件将在论文被接受后完整开源，包括图表生成脚本。唯一无法提供的是真实毛肚的数据，因为每一片实验样本均在数据采集过程中被不可逆地消耗。

致谢与资助。 衷心感谢中国股市对本研究的大力支持（基金号 4006.55），为本课题提供了持续而澎湃的经费动力，感谢潮汕牛肉火锅带来的灵感与温暖，感谢地球上每一片勇敢献身科学的毛肚，更感谢那些自愿牺牲的牛。。

参考文献

- R. Clift, J. R. Grace, and M. E. Weber. *Bubbles, Drops, and Particles*. Academic Press, New York, 1978.
- D. Fudenberg and J. Tirole. *Game Theory*. MIT Press, 1991.
- L. P. Kaelbling, M. L. Littman, and A. R. Cassandra. Planning and acting in partially observable stochastic domains. *Artificial Intelligence*, 101(1–2):99–134, 1998.
- B. O. Koopman. The theory of search. I. Kinematic bases. *Operations Research*, 4(3):324–346, 1956.
- L.-C. Maillard. Action des acides aminés sur les sucres: formation des mélanoidines par voie méthodique. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, 154:66–68, 1912.
- J. F. Nash. Non-cooperative games. *Annals of Mathematics*, 54(2):286–295, 1951.
- C.-L. Navier. Mémoire sur les lois du mouvement des fluides. *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de l'Institut de France*, 6:389–440, 1823.
- S. Nukiyama. The maximum and minimum values of heat transmitted from metal to boiling water under atmospheric pressure. *Journal of the Society of Mechanical Engineers (Japan)*, 37:367–374, 1934.
- M. L. Puterman. *Markov Decision Processes: Discrete Stochastic Dynamic Programming*. John Wiley & Sons, 1994.
- G. G. Stokes. On the theories of the internal friction of fluids in motion. *Transactions of the Cambridge Philosophical Society*, 8:287–319, 1845.
- L. D. Stone. *Theory of Optimal Search*. Academic Press, 1975.
- R. S. Sutton and A. G. Barto. *Reinforcement Learning: An Introduction*. MIT Press, 2nd edition, 2018.
- H. This. Molecular gastronomy. *Nature Materials*, 4:5–7, 2005.
- E. Tornberg. Effects of heat on meat proteins – Implications on structure and quality of meat products. *Meat Science*, 70(3):493–508, 2005.
- Y. L. Xiong. Protein denaturation and functionality losses. *Quality in Frozen Food*, pages 111–140, 1997.
- N. Zuber. Hydrodynamic aspects of boiling heat transfer. *AEC Report AECU-4439*, 1958.

A 沸腾气泡体积力项的建模

气泡生成模型采用 Zuber (1958) 的核态沸腾关联式。每个气泡视为球形空腔，以随机速度 $v_b \sim \mathcal{N}(0.3, 0.1)$ m/s 上升。气泡体积力项：

$$\mathbf{F}_{\text{bubble}}(\mathbf{x}, t) = \sum_k F_b^{(k)} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_k(t)) \hat{\mathbf{e}}_z, \quad (9)$$

其中 $\mathbf{x}_k(t)$ 为第 k 个气泡的位置， $F_b^{(k)} = \frac{4}{3}\pi r_k^3 (\rho_{\text{broth}} - \rho_{\text{vapor}})g$ 为浮力，气泡半径 $r_k \sim \text{Uniform}(0.5, 3)$ mm。

B CFD 仿真细节

湍流采用 k - ε 模型：

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla k = \nabla \cdot \left(\frac{\mu_t}{\sigma_k} \nabla k \right) + P_k - \varepsilon, \quad (10)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \varepsilon = \nabla \cdot \left(\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \nabla \varepsilon \right) + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} P_k - C_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k}, \quad (11)$$

模型常数取标准值： $C_\mu = 0.09$ ， $C_{1\varepsilon} = 1.44$ ， $C_{2\varepsilon} = 1.92$ ， $\sigma_k = 1.0$ ， $\sigma_\varepsilon = 1.3$ 。时间步长 $\Delta t = 0.01$ 秒，收敛判据为残差 $< 10^{-5}$ 。

C 命题 1 的渐近分析框架

证明. 定义净下沉力 $F_{\text{net}}(t) = (\rho_{\text{tripe}}(t) - \rho_{\text{broth}})V(t)g$ 。代入方程(5)和(4)，当 $t > t^*$ 时：

$$F_{\text{net}}(t) = \rho_{\text{tripe}}(0)V_0g (1 - e^{-\lambda(t-t^*)}) > 0. \quad (12)$$

湍流向上分量由速度场上界 $\|\mathbf{v}\|_{L^\infty} \leq C_{\text{max}}$ 控制，对应向上力 $F_{\text{turb}} \leq \rho_{\text{broth}}C_{\text{max}}^2 A_{\text{proj}}/2$ ，其中 A_{proj} 为毛肚投影面积。当 $t \geq T_\delta = t^* + \lambda^{-1} \ln(1 + F_{\text{turb}}/F_0)$ (F_0 为参考力)，有 $F_{\text{net}}(t) \gg F_{\text{turb}}$ ，毛肚下沉为确定性过程。在参数 $C_{\text{max}} = 0.8$ m/s、 $\delta = 0.5$ cm 下，数值求解得 $T_\delta = 15$ 秒， $\varepsilon < 0.003$ 。□

D 命题 3 的证明（参数条件下）

证明. 依据表1中的收益矩阵。设参数满足 $\Delta > 0$ ， $\eta > 0$ ， $p_0 - \eta < p_0$ 。当食客 B 等待时，食客 A 搅动的收益为 $p_0 + \Delta > p_0$ ，存在偏离全等均衡的激励。当所有食客均搅动时，各人收益为 $p_0 - \eta < p_0$ （全等时的收益），故全搅均衡帕累托劣于全等均衡，满足社会困境的定义。对称性保证全搅为唯一对称纳什均衡。条件成立区域： $d_i \approx d^* = 3.2$ cm， c_{stir} 较小。□